

**António Duarte Santos**

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

## **A taxa de crescimento de variáveis económicas**

### **Manual de apoio**

#### Sumário

1. Enquadramento conceptual	2
2. Características gerais da taxa de crescimento	4
3. Cálculo das taxas de crescimento	6
4. O crescimento a uma taxa constante	8
5. O cálculo da taxa média de crescimento	10
6. Considerações finais	12

**Janeiro de 2016**

## **1. Enquadramento conceptual**

O cálculo financeiro básico e a matemática financeira acessível, como instrumentos analíticos, podem ajudar a clarificar algumas ideias e concepções generalistas que são muito simplificadores quanto à sua leitura e interpretação através de uma fala ou linguagem muito massificada. É o caso das variáveis económicas. A intenção é transmitir uma ideia de utilidade dos sistemas mais ou menos formais para a representação e análise de argumentos dedutivos sintéticos e apreensíveis.

Vamos versar, de forma sintética e, tanto quanto possível, didática sobre uma explanação breve acerca da taxa de crescimento das variáveis macroeconómicas. As taxas de crescimento macroeconómico determinadas por diferentes vias de cálculo, incluindo o processo de capitalização, conferem algum relevo ao raciocínio e à lógica matemática que lhes estão subjacentes. Ao pretendemos que este documento tenha uma componente didática, procuramos que a sua apreciação e utilização validem intrinsecamente um aspecto fundamental do conteúdo teórico da unidade curricular de Economia Portuguesa e Europeia, adequando-o ao nível de conhecimentos exigível aos estudantes, seus destinatários essenciais.

Uma nota muito relevante é, desde já, imposta quanto ao seu esclarecimento. Com mais inflexibilidade, deveríamos utilizar o conceito de “taxas de crescimento” como sendo “taxas de variação” que abrangessem as taxas de crescimento positivas e as taxas de crescimento negativas. A expressão “taxas de crescimento” deve ser entendida, no contexto deste escrito, no seu sentido mais amplo, ou seja, deve ser compreendida como taxa de crescimento positivo, negativo ou nulo.

**António Duarte Santos**

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

Em várias situações do estudo e interpretação da teoria e da análise económica, quando falamos em crescimento de variáveis económicas fundamentais, como o PIB e os seus componentes, estamos a incorporar uma correspondência do crescimento ao de um capital financeiro em regime de capitalização composta. Cada acréscimo do PIB junta-se à produção inicial (ou precedente), o qual vai dar origem a um novo acréscimo no período seguinte (trimestre, semestre ou ano).

A variação da produção de um País, ou o seu crescimento, não é sempre a mesma em cada período de tempo considerado. De facto, a realidade das contas nacionais mostra que o crescimento do produto não se verifica à mesma taxa anual<sup>1</sup> (1). Ao longo do desempenho económico de um País, o produto umas vezes cresce menos, outras vezes cresce mais e outras vezes mantém-se, mas podemos falar, em média, de uma taxa de crescimento cumulativo anual do mesmo tipo de uma taxa de juro composto.

---

<sup>1</sup> Aliás, contrariamente ao que ocorre com o capital financeiro quando os juros periódicos por ele produzidos são sempre reinvestidos à mesma taxa de juro.

## António Duarte Santos

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

### 2. Características gerais da taxa de crescimento

A taxa de crescimento ( $g$ ) de uma variável durante um determinado período de tempo (por exemplo, o PIB ( $Q$ ) entre o período de um ano, digamos, entre 2013 e 2014) é dada pela expressão:

$$\frac{\text{Variação do PIB real}}{\text{PIB real}} = \frac{Q_{2014} - Q_{2013}}{Q_{2013}} = g$$

A taxa de crescimento pode ser a taxa de crescimento em percentagem ou pode ser a taxa de crescimento composta.

Se  $Q_{2014}$  for igual a 183,5 M€ e se  $Q_{2013}$  for igual a 203,6 M€ então:

$$g = \frac{183,5 - 203,6}{203,6} = -0,098 \text{ (isto é, } -9,8\%)$$

Este resultado mostra uma taxa de crescimento negativa, entre 2013 e 2014, de 9,8%.

Suponhamos que queremos calcular a taxa de crescimento composta entre duas datas mais ou menos distantes uma da outra.

Para fazermos esse cálculo podemos usar a seguinte fórmula:

$$\text{Valor Futuro} = (\text{Valor Actual}) \times (1 + g)^n$$

onde “ $g$ ” é a taxa de crescimento composta anual e “ $n$ ” é o número de anos entre duas datas para as quais pretendemos que a taxa de crescimento seja calculada.

Logo, queremos resolver a expressão anterior em ordem a “ $g$ ”.

**António Duarte Santos**

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

Se  $Q_{2006} = 203,6$  M€ e  $Q_{2001} = 165,5$  M€, então:

$$\text{Valor Futuro} = \text{Valor Actual} \times (1 + g)^5$$

$$Q_{2006} = Q_{2001} \times (1 + g)^5$$

$$203,6 = 165,5 \times (1 + g)^5$$

$$\left(\frac{203,6}{165,5}\right)^{1/5} = 1 + g$$

Então, colocando numa calculadora o valor futuro, o valor actual e o número de períodos de tempo (neste caso 5 anos), o valor da taxa de crescimento composta anual encontrada é de 4,23%.

### **3. O Cálculo das taxas de crescimento**

Ao falarmos de taxa de crescimento estamos a querer saber qual o crescimento a longo prazo e a procurar excluir da análise os problemas de curto prazo do ciclo normal dos negócios ou da despesa. A taxa de crescimento a longo prazo localiza-nos onde tem estado a economia de um país e para onde ela se dirige.

No decorrer de longos períodos de tempo é marcante lembrar que pequenas ou grandes diferenças na taxa de crescimento da produção vão-se acumulando ao longo do tempo.

Independentemente das previsões económicas que se façam sobre, por exemplo, o PIB em termos reais (ou PIB real) como indicador de medida de bem-estar de um País, as pessoas desse País com um crescimento maior estarão provavelmente melhor ao longo do tempo do ponto de vista material.

Sendo factual o que a história dos dados estatísticos mostra, é imprescindível abordar o cálculo da taxa de crescimento e a contribuição quantitativa de cada factor de produção para o crescimento económico.

Podemos utilizar nesta análise uma pluralidade de variáveis: o PIB, as exportações, o investimento, o índice de preços e assim por diante. Vamos centrar a nossa abordagem considerando o PIB.

Admitamos que um valor inicial  $PIB_0$  está sujeito a aumentos sucessivos ao longo de "n" anos (podiam ser trimestres ou semestres) de acordo com taxas anuais de crescimento  $r_1, r_2, \dots, r_n$ . Deste modo, o valor do  $PIB_1$  (PIB no primeiro ano) é igual ao

**António Duarte Santos**

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

valor inicial  $PIB_0$  somado o acréscimo (ou variação) à taxa  $r_1$ , de tal forma que:

$$PIB_1 = PIB_0(1 + r_1)$$

$$PIB_2 = PIB_1(1 + r_2)$$

ou ainda que:

$$PIB_2 = PIB_0(1 + r_1) \cdot (1 + r_2)$$

Em termos genéricos temos:

$$PIB_n = PIB_0(1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdots (1 + r_n)$$

#### **4. O crescimento a uma taxa constante**

Embora existam várias formas de cálculo de taxas de crescimento<sup>2</sup> (1), vamos unificar a nossa análise no cálculo da taxa de crescimento constante no tempo. Em cada ano, o PIB tem sempre o mesmo aumento relativo. Para isso, os aumentos absolutos do PIB têm de ser cada vez mais elevados.

Em síntese, a taxa de crescimento "r" repete-se todos os anos:

$$PIB_n = PIB_0(1 + r)^n$$

Em termos matemáticos,  $PIB_n$  é uma progressão geométrica de razão  $(1 + r)$ .

Tratava-se de uma função exponencial equivalente a uma capitalização composta. Esta expressão representa a taxa de crescimento composta, permitindo calcular o PIB acumulado em função do PIB inicial, da taxa de crescimento e do tempo.

O crescimento à taxa "r" constante pressupõe que seja um crescimento exponencial. Quando se diz que o crescimento anual médio do PIB é, por exemplo, de 1,25%, não devemos esquecer que o crescimento pode ser a taxas diversas ou irregulares. Pretendemos apenas reparar para o crescimento a taxas anuais diferentes como se se tratasse de um crescimento a uma taxa constante. Este reparo facilita comparações do passado e previsões a longo prazo.

---

<sup>2</sup> Taxa de crescimento progressiva, regressiva, primeiro uma e depois a outra e a taxa de crescimento assimétrica. Este último prodígio é o que na realidade mais vezes acontece e ocorre como consequência das alterações das variáveis económicas, resultante das mudanças económicas.



**António Duarte Santos**

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

A partir das taxas de crescimento mais empíricas ao longo de  $n$  anos, é possível calcular uma taxa média de crescimento anual através dos seguintes passos:

$$(1 + g)^n = (1 + g_1) \cdot (1 + g_2) \cdots (1 + g_n)$$

$$1 + g = \sqrt[n]{(1 + g_1) \cdot (1 + g_2) \cdots (1 + g_n)}$$

O segundo membro desta equação é a média geométrica de  $n$  factores de crescimento anuais. Por outras palavras, a média geométrica dos factores de crescimento anuais ao longo de  $n$  anos é o factor de crescimento que, sendo constante ao longo desses  $n$  anos, corresponde ao mesmo crescimento ao fim de  $n$  anos.

## **5. O cálculo da taxa média de crescimento**

Considerando “g” a taxa de crescimento económico anual, podemos traduzi-la na seguinte expressão:

$$g_{PIB,t} = \frac{\Delta PIB_t}{PIB_{t-1}}$$

Em que:

$PIB_t$  é o valor do PIB no ano  $t$  ;

$PIB_{t-1}$  é o valor do PIB no ano  $t - 1$ ; e

$\Delta PIB_t = PIB_t - PIB_{t-1}$  é a variação do PIB no ano  $t$ .

Daqui se recolhe a seguinte correspondência:

$$PIB_t = (1 + g_{PIB,t}) \cdot PIB_{t-1}$$

Permutando incessantemente a conexão anterior:

$$\begin{aligned} PIB_t &= (1 + g_{PIB,t}) \cdot (1 + g_{PIB,t-1}) \cdots (1 + g_{PIB,t-n+1}) \cdot PIB_{t-n} \\ &= PIB_{t-n} \cdot \prod_{s=0}^{n-1} (1 + g_{PIB,t-s}) \end{aligned}$$

Em que:

$n$  é o número de anos entre  $t$  e  $t - n$  ;

$t$  é o ano final do PIB ;

$t - n$  é o ano inicial do PIB.

O derradeiro valor análogo  $PIB_t$  pode igualmente ser conseguido a partir do valor inicial  $PIB_{t-n}$  se a variável tivesse crescido sempre a uma taxa média constante  $\bar{g}_{PIB}$ :

**António Duarte Santos**

CARS, Centro de Análise Económica da Regulação Social, Departamento de Ciências Económicas e Empresariais, Universidade Autónoma de Lisboa  
CIEO, Centro de Investigação sobre Espaço e Organizações, Universidade do Algarve

$$PIB_t = PIB_{t-n} \cdot \prod_{s=0}^{n-1} (1 + \bar{g}_{PIB}) = (1 + \bar{g}_{PIB})^n \cdot PIB_{t-n}$$

Resolvendo a equação em ordem a  $\bar{g}_{PIB}$  :

$$\bar{g}_{PIB} = \left( \frac{PIB_t}{PIB_{t-n}} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \sqrt[n]{\frac{PIB_t}{PIB_{t-n}}} - 1$$

Deste modo, a taxa média de crescimento anual do  $PIB$ ,  $\bar{g}_{PIB}$ , passa a poder ser representada pela taxa média de crescimento anual do  $PIB$  no período entre  $t - n$  e  $t$  .

## **6. Considerações finais**

Certos aspectos da Economia não são facilmente explicáveis sem o recurso a alguma utilização matemática. No que ao crescimento económico diz respeito, tornou-se óbvio que, desde a década de setenta do século passado, taxas de crescimento económico prolongadas não estão garantidas. O crescimento tem sido, desde então, mais moderado, variando de País para País.

A taxa de crescimento da economia é a taxa à qual cresce o PIB medido em termos reais. Quando nos referimos ao crescimento ou à taxa de crescimento, sem mais alguma qualificação, estamos a referir-nos à taxa de crescimento do PIB real.

No entanto, existe a ideia de que a taxa de crescimento do PIB *per capita* é o mais importante indicador macroeconómico através do qual podemos julgar o desempenho da economia a longo prazo. Portanto, utilizando o PIB real ou o PIB *per capita*, no decorrer de longos períodos de tempo, pequenas diferenças na taxa de crescimento transformam-se em grandes diferenças no nível de vida da população que um País pode alcançar.

O PIB real mede as variações na produção física da economia entre diferentes períodos de tempo aos mesmos preços, ou seja, em unidades monetárias constantes. Os dados do PIB são usados quer como medida de quanto está a ser produzido, quer como medida de bem-estar dos cidadãos de um País. Um aumento do PIB significa que as pessoas estão em melhor situação relativa do que estavam num período anterior considerado.